# Diffuse Collective Modes in the Paramagnetic Phase

phenomena にとって重要な長波長のゆらぎのみがはいって来るような一種の truncated moments で理論を作る事ができれば話は見通しがよくなるに違いないが，これは将来の宿題として残されている。最後に，uniaxial anisotropy がある時には様子は全く違って来て，従来の critical slowing－down の理論をこの場合に拡張した取扱いが悪いと云う積極的理由は今の所見当らない様である。

# Diffuse Collective Modes in the Paramagnetic Phase

富 田 和 久 (京大理)

## §1 序

最近 Ising 型の hamiltonian で支配されるスピン系の dynamics，特に転移点近傍における異常性について多くの仕事が現われ，種々の点が明らかにされつつあるが，これに関連して二つの注意が必要と思われる。才一に，Ising 型の系と異方性の強い Heisenberg 型の系とが似ていると思われるのは基底状態に限り，励起状態はかなり異ることである。時間変化を論ずる場合，一般には励起状態が関係してくる筈であるから，実在の系の dynamical な性質を Ising 型の模型のみで予想しつくせるか否かには疑問がある。才二に，dynamics に関する論議の多くは速度論的な方法に頼っているが，特に転移点近傍を論ずる際には，この様な stochastic な記述が充分であるか否か疑問がある。よく知られているように，stochastic な方法は long－time (又は large scale) の incoherent な振舞を記述するもので，時間空間のいずれについても，臨界的な scale 以下の部分においては，dynamically cohernt な性質が表面に出てくるので，その妥当性を主張することはできない。実際 stochastic な記述の場合には，short－time (又は small－scale) に特有な sum rule は破られていることが多い。(形式的にこの欠点をおぎなっても，それが全般的改良となっている保証はないように思われる。) ところで，critical time－scale (又は space－scale) 自身は温度の関数であり，転移点に近ずくに従って，stochastic な記述の妥当する領域

は小さくなっていくので，必然的にこれを補うような記述を考える必要が生じてくるであろう。

ここでは，上記の意味で stochastic な記述をはみ出す現象の例として，Heisenberg 模型の場合について，常磁性領域でも相関関数が時間的に振動する可能性を論ずる。これを“diffuse collective mode”と呼んでおく。

磁気共鳴・中性子散乱等に実験によって把えられる典型的な量の一例として，canonical correlation function

$$\Phi_k^{+-}(t) \equiv \langle S_k^+(t)\ ;\ \bar{S}_{-k}(0)\rangle \equiv \int_0^\beta d\lambda\ \mathrm{tr}\{e^{-\beta H} S_k^+(-it\lambda)\ \bar{S}_{-k}(0)\}$$

あるいはその Fourier 変換 X(k,ω) を考える。これは一般に

$$\frac{X(k,\omega)}{\chi(k,0)} = \frac{1}{i\omega+\gamma(k,\omega)} = \left(\frac{1}{i}\right)\frac{1}{\omega-\Delta(k,\omega)-i\Gamma(k,\omega)}$$

の形にかかれる。単純な stochartic theory では $\gamma(k,\omega)$ の $\omega$ 一依存性を無視するが，以下では何等かの形でこれを考慮に入れることが問題となる。これには種々の方法がある。

## §2 Moment 展開と自己エネルギー

Line－wing からの近似として，rigorous に計算できる例としては moment 展開があるが，X(k,ω) そのものを moment 展開する場合は，そのままでは極の位置等について多くのことはいえない。そこで，X(k,ω) の自己エネルギー $\gamma(k,\omega)$ 自体が，$\gamma(k,\omega) = M(k)$, $\bar{X}_1(k,\omega)$ として新しい canonical correlation と考えられることを用いて，X(k,ω) でなく，$\gamma(k,\omega)$ を moment 展開すれば

$$X_{MM}(k,\omega) \simeq \frac{\chi_{MM}(k,0)}{i\omega}\left\{1-\frac{1}{\omega^2}\frac{\Phi_{\dot{M}\dot{M}}(k,0)}{\chi_{MM}(k,0)}\right.$$

$$\left.\times\left(1-\frac{1}{\omega^2}\frac{\ddot{\Phi}_{\dot{M}\dot{M}}(k,0)}{\Phi_{\dot{M}\dot{M}}(k,0)}+\cdots\cdots\right)\right\}^{-1}$$

となり，$\omega \gg \sqrt{\dfrac{\ddot{\Phi}_{\dot{M}\dot{M}}(k,0)}{\Phi_{\dot{M}\dot{M}}(k,0)}}$ では

$$\omega \simeq \sqrt{\frac{\Phi_{\dot{M}\dot{M}}(k,0)}{\chi_{MM}(k,0)}}$$

に，resonance が存在するようにみえるはずである。省略した項はこの resonance を diffuse にするように働くであろうが，これは，diffuse collective mode の frequency をみつもる一つの方法である。（cf. D.Pines，"Many－body theory"（Tokyo Summer Lecture，1965）p.36）

§3 運動方程式の decoupling と wing－based continuation.*

canonical correlation 中にあらわれる時間に依存する部分を運動方程式によって追求すれば，方程式の chain がえられるが，これに decoupling 近似を行なって，cumulant 型の correlation を追うこととし，高次の correlation に対して，wing を正確に与えるような continuation を行なえば，

$$\gamma(k,\omega) = \Gamma(k,\omega) - i\Delta(k,\omega)$$

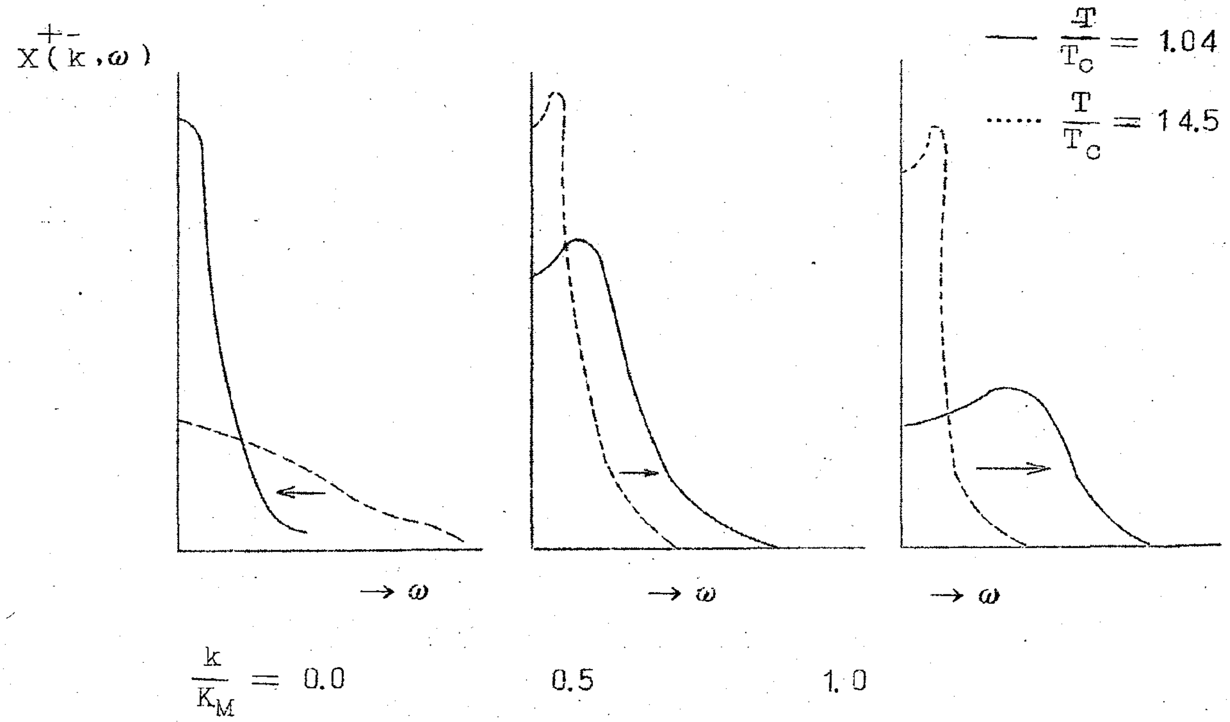
に対する explicit な結果を与えることができる。これは，coupling constant と static pair correlation の積の和によって表わされるので，数値的に計算した結果，スペトル線の形として Fig.1 の様な結果がえられた。

例えば，強磁性的結合の場合について考察すると，次の諸事実がみとめられる。$k < k_c(T)$ では，全体として"critical slowing down"（又は critical narrowing）と呼ぶべき傾向がみとめられるが，line shape は必ずしも stochastic theory の予想するように単純な Lorentz 型とは

---

* cf. K. Tomita and M. Tanaka, Progr. Theor. Phys. 29, 528 (1963)

(a) Ferromagnet (b.c.c)




(b) Antiferromagnet (b.c.c)

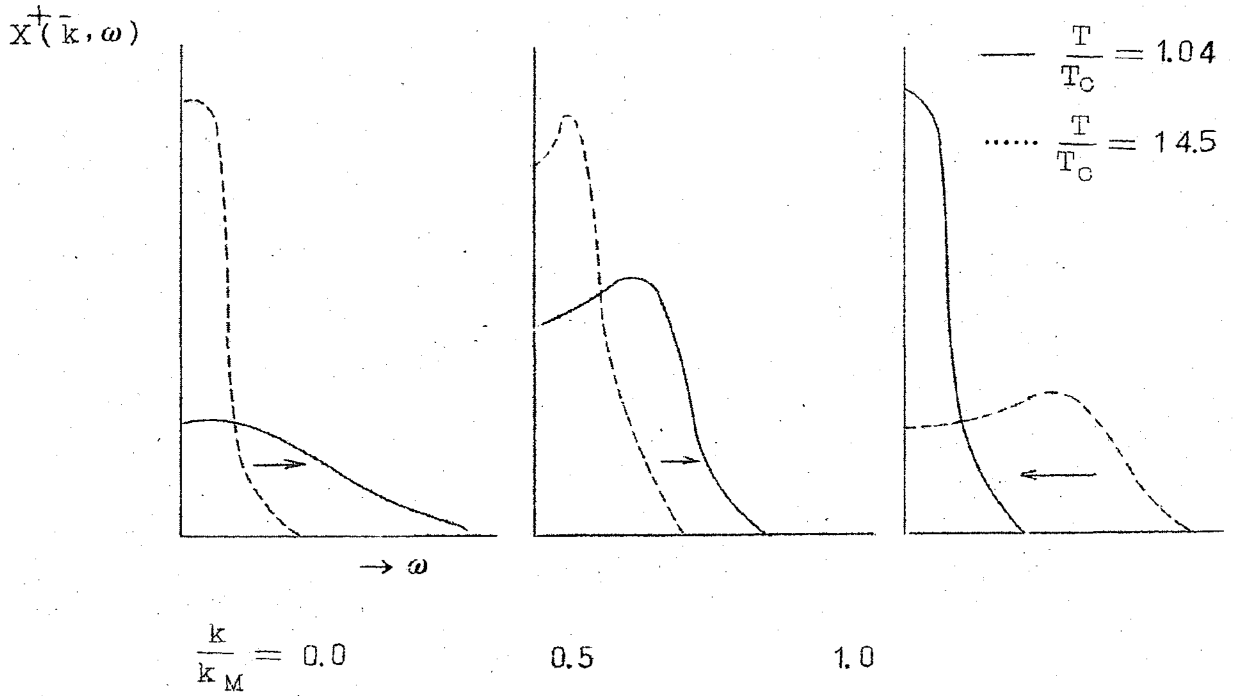



Fig 1. Canonical Correlation Spectrum (decoupling 近似)

いえない。 $k > k_c(T)$ で，"critical broadening" とよぶべき逆の傾向があらわれる。この場合 line shape は単純でなく，有限の frequency に山をもつ傾向が明らかに認められる。これが diffuse collective mode に対応すると考えられる。

計算の結果によれば，$k_c(T)$ は温度が $T_c$ に近ずくに従って減少し，§1にのべたように，スペクトルを単純な Lorentz 型で近似する stochastic theory の適用範囲が狭くなっていくことを示している。

## §4 二つの極による全般的記述

moment 保存を根拠とする一番簡単な近似は一個の極を仮定する cut−off Lorentzian 近似であるが，少くとも $k > k_c(T)$ に対しては，cut−off が余りに人工的で真実を記述しないと思われる。そこで，次の近似として一対の極（$\pm\Delta$，$\Gamma$）を仮定して，2次及び4次の momeut を合せることを試みる。今 cut−off として，スピン波の周波数（$0^0 k$）をえらんでやると，$k > k_c(T)$ に対しては Fig 2 (a) のごとく解が求まるが，$k < k_c(T)$ では有限の $\Delta$ をもつ解はない。この場合には，虚軸上に二つの極（$0$，$\Gamma_1$），（$0$，$\Gamma_2$）を仮定し，その相対的寄与が夫々 $\Gamma_1^{-1}$，$\Gamma_2^{-1}$ に比例するとすれば，cut−off を $k_c(T)$ にえらんで，Fig 2(b) のような結果がえられ，一つの極が原点に近ずく。

上記の結果をみると，line shape が単純な Lorentz 型に近くなるのは $k = k_c(T)$ の場合だけであり，$k < k_c(T)$ で Lorentz よりもせまくなって，この近似では2個の relaxation time でかかれ（bi−dispevsive），$k > k_c(T)$ では Loreutz よりも広がって，frequency $\Delta$ に中心をもつ resonance の現われる傾向が明白にみえる。最后のものが，diffuse collective mode にあたっている。

この結果は，運動方程式に decoupling を導入した前節の計算と定性的に一致している。

ただし，Fig 2 の計算は高温の極限に対応する図であり，有限温度については目下計算を計画している。

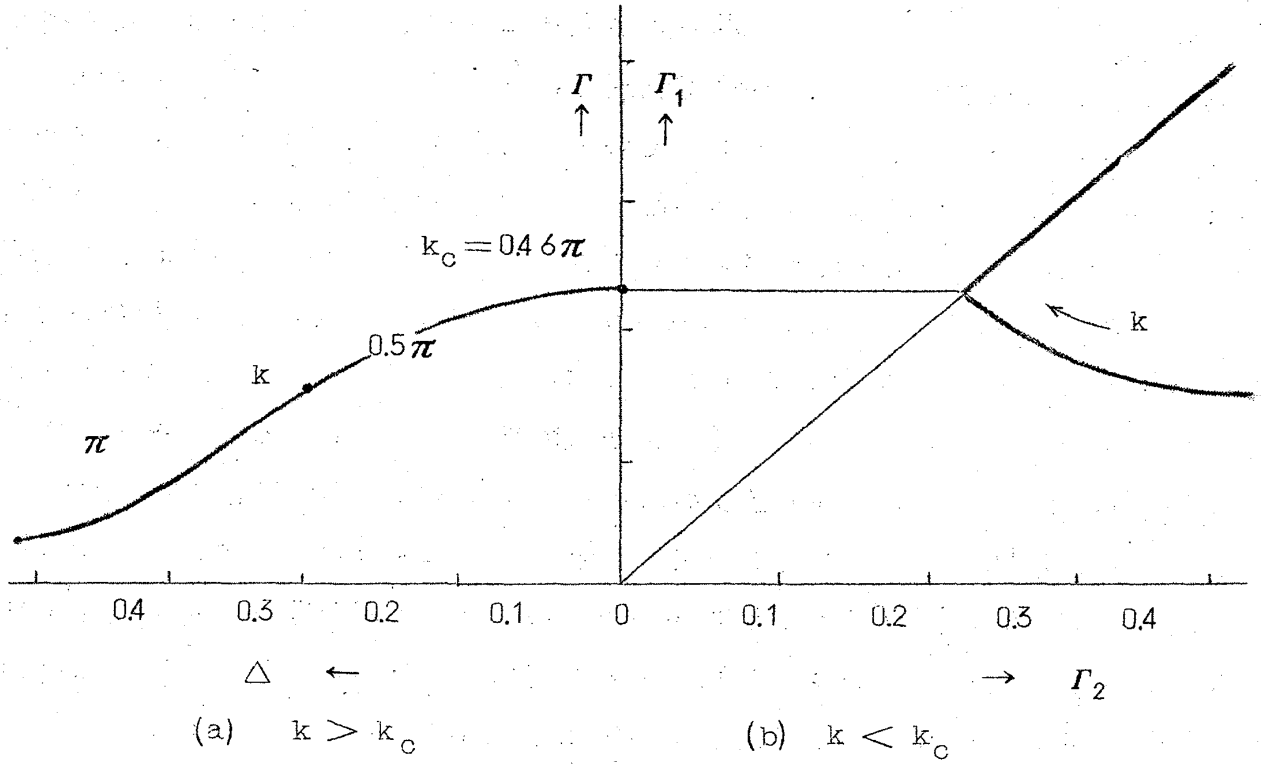



Fig 2.

§5 結 び

上記の理論にあらわれる $k_c(T)$ は，物理的に考えて，その温度において coherent に振舞う領域の size に関係があり，この領域の内部においては（ $k > k_c(T)$ ），スピンの collective oscillatory motion が可能であることを示すと考えられる。

# Sloppy Spin Wave について

川 崎 辰 夫（京大理）

転移点以下の状態に特徴的と思われる現象が転移点を通過する時に drastic な変化を示さず転移点以上でも生き残っていて観測にかかる場合がある。$MnF_2$ や $MnO$ の $T_N$ 以上で見出されているいわゆる Sloppy Spin Wave ( Colle-